

# آمار و احتمال مهندسی

## PROBABILITY & STATISTICS



# ایران پویش

سامانه علمی، پژوهشی، آموزشی و مشاوره ای

مرجع تالیف و گرد آوری محتوای آموزشی، جزوات  
و نمونه سؤالات دانشگاه های برتر کشور

ارائه دهنده خدمات پژوهشی به اساتید و دانشجویان

وبسایت: [iranpuyesh.ir](http://iranpuyesh.ir)

ایمیل: [support@iranpuyesh.ir](mailto:support@iranpuyesh.ir)

تلگرام پشتیبانی علمی: [@IranPuyesh\\_Support](https://t.me/IranPuyesh_Support)



آمار و احتمال مهندسی

---

Probability and Statistics

# فهرست مطالب

|                                               |    |
|-----------------------------------------------|----|
| فصل اول : آمار توصیفی .....                   | ۹  |
| مفاهیم اولیه .....                            | 9  |
| دسته‌بندی داده‌ها و جدول توزیع فراوانی .....  | 14 |
| انواع فراوانی .....                           | 19 |
| نمودارهای فراوانی و تحلیل داده‌ها .....       | 25 |
| مشخص‌کننده‌های مرکزی .....                    | 32 |
| میانگین .....                                 | 33 |
| 1- میانگین حسابی .....                        | 33 |
| نکات مهم در ارتباط با میانگین حسابی .....     | 36 |
| 2- میانگین وزنی (موزون) .....                 | 38 |
| 3- میانگین هندسی .....                        | 40 |
| 4- میانگین توافقی (هارمونیک) .....            | 42 |
| 5- میانگین درجه 2 .....                       | 45 |
| 6- میانگین درجه ۲ .....                       | 46 |
| میانه .....                                   | 46 |
| نکات مهم در ارتباط با میانه .....             | 52 |
| مد (نما) .....                                | 53 |
| نکات مهم در ارتباط با مد یا نما .....         | 56 |
| مقایسه بین میانگین، میانه و مد .....          | 58 |
| چندکها .....                                  | 58 |
| مشخص‌کننده‌های پراکندگی .....                 | 65 |
| دامنه تغییرات .....                           | 66 |
| نکات مهم در ارتباط با دامنه تغییرات .....     | 67 |
| دامنه چارکها .....                            | 68 |
| انحراف چارکها (نیم دامنه چارکی) .....         | 68 |
| انحراف از میانگین .....                       | 69 |
| نکات مهم در ارتباط با انحراف از میانگین ..... | 71 |
| واریانس (پراش) .....                          | 71 |
| نکات مربوط به واریانس .....                   | 73 |
| انحراف معیار .....                            | 76 |
| نکات مهم در ارتباط با انحراف معیار .....      | 77 |
| اندازه استاندارد .....                        | 79 |
| گشتاورها .....                                | 80 |
| الف) گشتاور مرتبه ۲ ام حول عدد $a$ .....      | 80 |

|     |                                                               |
|-----|---------------------------------------------------------------|
| 80  | ..... (ب) گشتاور مرکزی مرتبه ۲ ام                             |
| 81  | ..... روابط مهم در ارتباط با گشتاورها                         |
| 84  | ..... مشخص کننده‌های نسبی پراکندگی                            |
| 84  | ..... ضریب تغییرات                                            |
| 86  | ..... نکات مهم در ارتباط با ضریب تغییرات                      |
| 89  | ..... چولگی                                                   |
| 90  | ..... ضریب چولگی                                              |
| 94  | ..... کشیدگی                                                  |
| 94  | ..... ضریب کشیدگی                                             |
| ۹۷  | ..... تست های آمار توصیفی                                     |
| ۱۱۵ | ..... پاسخ تشریحی تست های آمار توصیفی                         |
| 127 | ..... فصل دوم : احتمالات                                      |
| 127 | ..... آنالیز ترکیبی                                           |
| 127 | ..... مقدمه                                                   |
| 128 | ..... اصل اول شمارش (اصل جمع)                                 |
| 128 | ..... اصل دوم شمارش (اصل ضرب)                                 |
| 129 | ..... تعمیم اصل اساسی شمارش                                   |
| 135 | ..... الف) جایگشت (تبدیل $n$ تایی $n$ شیء)                    |
| 138 | ..... جایگشت دایره‌ای                                         |
| 141 | ..... جایگشت با تکرار                                         |
| 143 | ..... ب) جایگشت (جایگشت $r$ تایی $n$ شیء)                     |
| 145 | ..... تبدیل با تکرار                                          |
| 148 | ..... ج) ترکیب                                                |
| 153 | ..... نکات مربوط به ترکیب                                     |
| 155 | ..... بسط دو جمله‌ای                                          |
| 161 | ..... مدل توزیع $N$ شیء در $K$ جعبه                           |
| 165 | ..... مسأله عدم تطبیق                                         |
| 167 | ..... احتمال                                                  |
| 167 | ..... مقدمه                                                   |
| 168 | ..... تعاریف اولیه                                            |
| 168 | ..... الف) آزمایش تصادفی                                      |
| 169 | ..... ب) فضای نمونه‌ای                                        |
| 174 | ..... ج) پیشامد                                               |
| 181 | ..... احتمال                                                  |
| 181 | ..... اصول احتمال (اصول موضوع کولموگروف)                      |
| 182 | ..... احتمال هم‌شانس در فضاهای نمونه‌ای گسسته (احتمال کلاسیک) |
| 192 | ..... احتمال غیرهم‌شانس در فضاهای نمونه‌ای گسسته              |

|     |                                     |
|-----|-------------------------------------|
| 196 | قضایای احتمال کلاسیک                |
| 202 | احتمال شرطی                         |
| 207 | قانون ضرب احتمال                    |
| 213 | قانون احتمال کل                     |
| 219 | قاعده بیز                           |
| 224 | استقلال پیشامدها                    |
| 225 | تعریف استقلال سه پیشامد             |
| 229 | احتمال در فضاهای نمونه‌ای پیوسته    |
| ۲۳۶ | تست های احتمالات                    |
| ۲۵۴ | پاسخ تشریحی تست‌های احتمالات        |
| 269 | فصل سوم: متغیرهای تصادفی            |
| 271 | انواع متغیرهای تصادفی               |
| 272 | تابع جرم احتمال                     |
| 273 | خواص تابع جرم احتمال                |
| 276 | تابع چگالی احتمال                   |
| 280 | تابع توزیع تجمعی (f.d.c)            |
| 284 | خواص تابع توزیع تجمعی               |
| 288 | امید ریاضی                          |
| 293 | خواص امید ریاضی                     |
| 295 | واریانس و انحراف معیار              |
| 297 | خواص واریانس و انحراف معیار         |
| 299 | متغیرهای تصادفی توأم                |
| 303 | توزیع‌های حاشیه‌ای (کناره‌ای)       |
| 310 | خواص امید ریاضی توأم                |
| 311 | کوواریانس (همپراش)                  |
| 314 | خواص کوواریانس                      |
| 316 | ضریب همبستگی                        |
| 318 | خواص ضریب همبستگی                   |
| 320 | ضریب تشخیص                          |
| ۳۲۲ | تست های متغیر های تصادفی            |
| 344 | پاسخ تشریحی تست های متغیرهای تصادفی |
| 359 | فصل چهارم: توزیع های احتمال         |
| 359 | مهمترین توزیع احتمال                |
| 359 | توزیع‌های گسسته                     |
| 359 | توزیع یکنواخت گسسته                 |
| 360 | توزیع برنولی                        |
| 362 | توزیع دو جمله‌ای                    |
| 365 | توزیع هندسی                         |

|          |                                                             |
|----------|-------------------------------------------------------------|
| 367..... | توزیع دوجمله‌ای منفی                                        |
| 369..... | توزیع فوق هندسی                                             |
| 372..... | توزیع پواسون                                                |
| 376..... | توزیع‌های پیوسته                                            |
| 376..... | توزیع یکنواخت پیوسته                                        |
| 379..... | توزیع نرمال                                                 |
| 382..... | توزیع نرمال استاندارد                                       |
| 386..... | توزیع گاما                                                  |
| 388..... | توزیع نمایی                                                 |
| 390..... | توزیع کای دو (کای اسکور)                                    |
| 391..... | توزیع F (فیشِر)                                             |
| 391..... | توزیع t- استیودنت                                           |
| 393..... | تست های توزیع های احتمال                                    |
| ۴۱۲..... | پاسخ تشریحی تست‌های توزیع های احتمال                        |
| 428..... | فصل پنجم: توزیع نمونه، برآورد، آزمون فرض، رگرسیون           |
| 428..... | نمونه‌گیری                                                  |
| 429..... | توزیع میانگین نمونه (نمونه‌های بزرگ)                        |
| 431..... | توزیع میانگین نمونه (نمونه‌های کوچک)                        |
| 432..... | توزیع واریانس نمونه                                         |
| 433..... | برآورد                                                      |
| 433..... | برآورد نقطه‌ای                                              |
| 437..... | برآورد فاصله‌ای                                             |
| 438..... | فاصله اطمینان میانگین جمعیت (نمونه‌های بزرگ)                |
| 441..... | فاصله اطمینان میانگین جمعیت (نمونه‌های کوچک)                |
| 442..... | فاصله اطمینان واریانس جمعیت                                 |
| 444..... | آزمون فرض‌های آماری                                         |
| 444..... | خطاهای آماری                                                |
| 447..... | رگرسیون                                                     |
| 447..... | انواع همبستگی‌ها                                            |
| 448..... | معادله خط رگرسیون                                           |
| 452..... | ضریب همبستگی                                                |
| 454..... | تست های توزیع نمونه، برآورد، آزمون فرض، رگرسیون             |
| 477..... | پاسخ تشریحی تست‌های توزیع نمونه، برآورد، آزمون فرض، رگرسیون |

Sample



## فصل اول : آمار توصیفی

کلمه «statistics» که به فارسی آن را «آمار» ترجمه کرده‌اند در اغلب زبان‌ها به دو معنی به کار می‌رود:  
الف) به معنی ارقام و اعداد واقعی یا تقریبی درباره اموری از قبیل زاد و مرگ، طلاق و ازدواج، تصادفات رانندگی، میزان محصولات کشاورزی و صنعتی و ... .

ب) به معنی روش‌هایی برای جمع‌آوری، تنظیم و تجزیه و تحلیل اطلاعات عددی درباره موضوعی.  
این دو مفهوم با هم ارتباط دارند، در این فصل بیشتر به قسمت «الف» که اغلب آمار توصیفی نامیده می‌شود خواهیم پرداخت. به‌طور کلی در بحث آمار توصیفی به سه قسمت عمده: 1- مفاهیم اولیه 2- مشخص‌کننده‌های مرکزی 3- مشخص‌کننده‌های پراکندگی 4- مشخص‌کننده‌های نسبی پراکندگی می‌پردازیم.

### مفاهیم اولیه

علم آمار: به مجموعه‌ای از روش‌ها و مراحل مختلف که برای جمع‌آوری اطلاعات اولیه، دسته‌بندی داده‌ها و تجزیه و تحلیل آن‌ها و در نهایت تفسیر آن‌ها به کار می‌رود علم آمار می‌گوییم. علم آمار به دو بخش تقسیم می‌شود:

1- آمار توصیفی: قسمتی از روش‌های آماری است که شامل جمع‌آوری اطلاعات، دسته‌بندی آن‌ها و در انتها نمایش این داده‌ها می‌باشد.

2- آمار استنباطی: قسمتی از روش‌های آماری است که در آن اطلاعات به‌دست آمده از آمار توصیفی را مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌دهند و نتایج حاصل از آن را به کل یا قسمتی از جامعه تعمیم می‌دهند.

جمعیت (جامعه آماری): مجموعه تمام عناصری که حداقل دارای یک ویژگی مشترک هستند و در یک زمان مشخص یا موقعیت مناسب، مورد توجه قرار می‌گیرند را جمعیت یا جامعه آماری می‌گوییم.

مثال: جامعه دانشجویان رشته کامپیوتر یا مجموعه دانشجویان رشته حسابداری در مقطع کاردانی یا وزن تمامی نوزادانی که از این لحظه به بعد در بیمارستان‌های ایران متولد می‌شوند یا تمامی نقاط درون یک دایره و ... همگی معرف یک جامعه آماری می‌باشند.

جامعه آماری به دو دسته تقسیم می‌شود:

1- جامعه متناهی: جامعه‌ای که تعداد عناصر آن محدود باشد جامعه متناهی نامیده می‌شود.

**2- جامعه نامتناهی:** جامعه‌ای که تعداد عناصر آن نامحدود باشد جامعه نامتناهی نامیده می‌شود و خود به دو دسته:

جامعه نامتناهی شمارش‌پذیر و جامعه نامتناهی شمارش‌ناپذیر تقسیم می‌شود.

**تذکر:** اگر جامعه‌ای متناهی باشد، تعداد عناصر آن را اندازه یا حجم جامعه می‌گوییم و با حرف  $N$  نشان می‌دهیم.

**مثال:** مجموعه دانشجویان رشته‌های حسابداری و کامپیوتر یک جامعه متناهی است، مجموعه وزن تمامی نوزادانی که از

این لحظه به بعد در بیمارستان‌های ایران متولد می‌شوند یک جامعه نامتناهی شمارش‌پذیر و مجموعه تمامی نقاط

درون یک دایره یک جامعه نامتناهی شمارش‌ناپذیر می‌باشد.

**نمونه:** بخشی از جامعه آماری را نمونه می‌گوییم یا به بیان دیگر هر زیرمجموعه‌ای از جامعه آماری را یک نمونه

می‌گوییم. نمونه به دو دسته تقسیم می‌شود:

**1- نمونه ساده:** نمونه‌ای است که شخص آمارگر در انتخاب آن میل و سلیقه خود را اعمال کرده است.

**2- نمونه تصادفی:** نمونه‌ای است که میل و سلیقه شخص آمارگر در انتخاب آن دخالت ندارد.

**تذکر:** تمامی عناصر یک جامعه آماری برای انتخاب شدن به عنوان عضوی از نمونه تصادفی دارای شانس یکسانی

می‌باشند.

**تذکر:** در علم آمار نمونه‌های ساده فاقد ارزش می‌باشند و در این کتاب منظور از نمونه همان نمونه‌های تصادفی است.

در صورت متناهی بودن نمونه، تعداد عناصر نمونه را اندازه یا حجم نمونه گویند و با حرف  $n$  نمایش می‌دهند.

**مثال:** برای خرید سیب به میوه‌فروشی مراجعه می‌کنیم صاحب مغازه تعدادی از این سیب‌ها را در اختیار ما قرار می‌دهد،

با بررسی آن‌ها متوجه می‌شویم که نوع آن مرغوب بوده و در نتیجه تصمیم می‌گیریم تا یک جعبه از این سیب‌ها را

خریداری کنیم. چنانچه صاحب مغازه به منظور فریب دادن مشتری تمام سیب‌های روی جعبه را با سیب‌های

مرغوب پوشانده باشد و بقیه سیب‌ها نامرغوب باشند در این صورت استنباط ما مبنی بر مرغوب بودن تمام سیب‌ها

نادرست است. در این مثال انتخاب اول یک نمونه تصادفی را در اختیار ما قرار می‌دهد ولی انتخاب دوم به دلیل

اعمال میل و سلیقه صاحب مغازه یک نمونه ساده می‌باشد.

**صفت:** به کمیت یا کیفیتی که متعلق به عناصر جامعه آماری است صفت گفته می‌شود. در حقیقت صفت ویژگی عناصر

یک جامعه آماری را بیان می‌کند و به دو دسته تقسیم می‌شود:

- 1- صفت ثابت (صفت مشخصه): صفتی است که بین همه عناصر یک جامعه آماری مشترک است.
- 2- صفت متغیر (صفت آماری): صفتی است که از فردی به فرد دیگر در بین عناصر جامعه آماری می‌تواند تغییر کند و به اختصار به آن متغیر می‌گوییم و با حرف  $t$  نمایش می‌دهیم.

مثال: اگر جامعه آماری را جامعه دانشجویان مقطع کاردانی در نظر بگیریم می‌توان «دانشجو بودن» را صفت مشخصه آن دانست و صفاتی از قبیل: قد، وزن، رنگ مو یا هوش دانشجویان مقطع کاردانی را صفت متغیر یا متغیر به حساب آورد.

**تذکره:** متغیرها به دو دسته کمی و کیفی تقسیم می‌شوند. متغیرهای کمی آن‌هایی هستند که برایشان ابزار سنجش وجود دارد مانند: قد، وزن، سن، مساحت، حجم، درجه حرارت و ... متغیرهای کیفی آن‌هایی هستند که برایشان ابزار سنجش وجود ندارد مانند: رنگ چشم، رنگ مو، مرغوبیت، مهارت، هوش و ...

**تذکره:** صفات متغیر کمی خود به دو دسته پیوسته و گسسته تقسیم می‌شوند. اگر مقادیر متغیر کمی قابل شمارش باشد به آن متغیر کمی گسسته می‌گوییم و اگر مقادیر متغیر کمی غیرقابل شمارش باشد به آن متغیر کمی پیوسته می‌گوییم. به عنوان مثال به صفاتی از قبیل تعداد دانشجویان یک کلاس، تعداد اتومبیل‌های شهر تهران، متغیر کمی گسسته و به صفاتی از قبیل طول، وزن، قد، مساحت، زمان، متغیر کمی پیوسته می‌گوییم.

**مقیاس‌سازی:** اختصاص دادن عدد به متغیرها را مقیاس‌سازی گویند، در حقیقت می‌خواهیم عدد حقیقی  $x$  را تحت قاعده خاص  $F$  به متغیر  $t$  نسبت دهیم یعنی  $x = F(t)$ . به عنوان مثال می‌توان فرض کرد که دمای اتاق متغیر مورد نظر باشد، در این صورت عدد  $x$  توسط دماسنج  $F$  به ویژگی دما اختصاص می‌یابد. برحسب این که قاعده  $F$  چگونه باشد می‌توان چهار مقیاس گوناگون به دست آورد.

- 1- **مقیاس اسمی:** از  $x = F(t)$  یک مقیاس اسمی به دست می‌آید، هرگاه عدد  $x$  تنها برای تشخیص اسم یا نام استفاده شود. این مقیاس به کد نیز شهرت دارد. البته قابل ذکر است که از این مقیاس برای مقایسه (بزرگتر، کوچکتر یا چند برابر) یا چهار عمل اصلی حساب نمی‌توان استفاده کرد. به عنوان مثال به اتومبیل‌های موجود در کشور یک شماره اختصاص یافته است، اگر شماره خاصی را در نظر بگیرید این شماره فقط بیانگر این است که اتومبیل مورد نظر از چه نوعی، چه رنگی و ... می‌باشد.

**2- مقیاس ترتیبی:** از  $x = F(t)$  یک مقیاس ترتیبی به دست می آید، اگر شدت و ضعف متغیر  $t$  در  $x$  منعکس شود، می توان  $x$  را برای مقایسه به کار برد ولی نمی توان روی آن چهار عمل اصلی حساب را انجام داد.

به عنوان مثال زمانی که مرغوبیت کالایی را با درجه 1، 2 و 3 طبقه بندی می کنیم مشخص می شود که در این جا 1 به معنی بهتر از 2 و 2 بهتر از 3 است، اما 1 به معنی دو برابر 2 یا نصف 3 نمی باشد.

**3- مقیاس فاصله ای:** از  $x = F(t)$  یک مقیاس فاصله ای به دست می آید اگر این تابع به صورت خطی  $x = at + b$  با فرض  $a > 0$  باشد، که در آن عرض از مبدأ مخالف صفر است ( $b \neq 0$ )، این مقیاس دارای سه ویژگی زیر است:

(الف) صفر به معنی هیچ نیست.

(ب) نسبت حفظ نمی شود.

(ج) نسبت فاصله ها حفظ می شود.

به عنوان مثال می توان فرض کرد که  $t$  دمای سه جسم  $A_1$ ،  $A_2$  و  $A_3$  بر حسب سانتی گراد به ترتیب برابر 10 و 30 است، میزان گرمای این سه جسم با درجه فارنهایت طبق رابطه  $x = \frac{9}{5}c + 32$  به ترتیب برابر است با: 32، 50 و 86. با مقایسه این دو مقیاس فاصله ای داریم:

اولاً: با مقیاس اول میزان گرمای  $A_1$  صفر و با مقیاس دوم 32 است بنابراین در اندازه گیری با مقیاس فاصله ای صفر به معنی «هیچ» نمی باشد و صرفاً جنبه قراردادی دارد.

ثانیاً: با مقیاس اول میزان گرمای  $A_3$  سه برابر میزان گرمای  $A_2$  است در حالی که در مقیاس دوم چنین نیست.

ثالثاً: در مقیاس اول و هم در مقیاس دوم اختلاف میزان گرمای  $A_2$  با  $A_3$  دو برابر اختلاف میزان گرمای  $A_1$  با  $A_2$  است.

**4- مقیاس نسبتي:** از  $x = F(t)$  یک مقیاس نسبتي به دست می آید اگر این تابع به صورت  $x = at$  ( $a > 0$ ) باشد. در این مقیاس صفر به معنی «هیچ» است، نسبت حفظ می شود و نسبت فاصله ها نیز محفوظ می باشد. به عنوان مثال فرض کنید وزن سه جسم  $B_1, B_2, B_3$  به ترتیب بر حسب کیلوگرم، 15، 20 و 30 می باشد، وزن همین سه جسم بر حسب تن، (کیلوگرم \* 1000) برابر است با: 15000، 20000 و 30000. ملاحظه می شود که در هر دو مقیاس نسبت وزن  $A_3$  به  $A_1$  برابر 2 می باشد.

**تذکره:** مقیاس های اسمی و ترتیبی عمدتاً برای متغیرهای کیفی و مقیاس های فاصله ای و نسبتي برای متغیرهای کمی مورد استفاده قرار می گیرند.

**پارامتر:** هر ویژگی عددی یک جامعه آماری پارامتر نامیده می شود مانند: میانگین جامعه ( $m$ )، واریانس جامعه ( $s^2$ )، میانه ( $Md$ ).

**داده های آماری:** فرض کنید می خواهیم صفت  $t$  از یک جمعیت را که معمولاً یک متغیر است مطالعه کنیم، اگر این متغیر را در مورد یکایک افراد جامعه آماری یا نمونه ای از آن با مقیاس مناسب اندازه گیری کنیم، یک مجموعه از اعداد  $x$  به دست می آیند که آن را داده می نامند. یا به بیان دیگر اعداد حاصل از اندازه گیری صفت مورد نظر در یک نمونه آماری را داده های آماری می نامند. از آن جا که توابع به دو دسته گسسته و پیوسته تقسیم می شوند، داده ها را نیز به دو دسته تقسیم می کنیم: داده های گسسته و داده های پیوسته. روش ساده برای تشخیص سریع داده های گسسته و پیوسته چنین است که اگر بین دو داده نزدیک به هم و قابل تصور هیچ عددی را نتوان تصور و تجسم کرد، آنگاه داده ها را گسسته گوئیم، مانند تعداد فرزندان خانواده، و اما اگر بین دو مقدار نزدیک به هم و قابل تصور همواره بتوان عدد دیگری را تصور کرد آنگاه داده ها را پیوسته گوئیم مانند: طول قامت انسان ها.

**گرد کردن داده های پیوسته:** داده های پیوسته یک عدد حقیقی است که به صورت اعشاری با تعدادی ارقام اعشار بیان می شود. منظور از گرد کردن عدد حقیقی  $x$ ، تا  $r$  رقم اعشار، به دست آوردن یک عدد اعشاری  $x'$  با حداکثر  $r$  رقم اعشار است به طوری که داشته باشیم:

$$|x - x'| \leq 0.5 \times 10^{-r}$$

قاعده کلی برای گرد کردن یک عدد حقیقی تا  $r$  رقم اعشار: برای گرد کردن یک عدد حقیقی تا  $r$  رقم اعشار ابتدا نصف تقریب را به عدد اضافه کرده و سپس  $r$  رقم اعشار را نگه می‌داریم و بقیه ارقام را صفر می‌کنیم.

مثال: عدد  $6512/90567$  را با تقریب‌های  $100$ ،  $1$ ،  $0/1$ ،  $0/01$  و  $0/001$  گرد کنید.

$$\text{الف)} \quad \frac{100}{2} = 50 \Rightarrow 6212/90567 + 50 = 6262/90567 \rightarrow 6200$$

$$\text{ب)} \quad \frac{1}{2} = 0/50 \Rightarrow 6212/90567 + 0/5 = 6213/40567 \rightarrow 6213$$

$$\text{ج)} \quad \frac{0/1}{2} = 0/05 \Rightarrow 6212/90567 + 0/05 = 6212/95567 \rightarrow 6212/9$$

$$\text{د)} \quad \frac{0/01}{2} = 0/005 \Rightarrow 6212/90567 + 0/005 = 6212/91067 \rightarrow 6212/91$$

$$\text{م)} \quad \frac{0/001}{2} = 0/0005 \Rightarrow 6212/90567 + 0/00005 = 6212/90617 \rightarrow 6212/906$$

مثال: عدد  $83/234113$  را تا پنج رقم اعشار گرد کنید.

منظور از گرد کردن تا 5 رقم اعشار همان تقریب  $10^{-5}$  یا  $0/00001$  می‌باشد پس:

$$\frac{0/00001}{2} = 0/000005 \Rightarrow 83/234113 + 0/000005 = 83/234118 \rightarrow 83/23411$$

### دسته‌بندی داده‌ها و جدول توزیع فراوانی

در آمار توصیفی بعد از جمع‌آوری داده‌ها، دسته‌بندی داده‌ها در یک جدول انجام می‌گیرد. برای انجام این کار ابتدا نیاز است تا تعاریف زیر را مطرح کنیم:

**فراوانی:** تعداد دفعات تکرار یک شیء و یا عدد را فراوانی آن شیء یا عدد می‌گوییم و با  $f_i$  نشان می‌دهیم.

**جدول توزیع فراوانی:** متداولترین جدول آماری به جدول فراوانی معروف است که این جدول شامل دو ستون که یکی

نشان‌دهنده گروه‌ها و دیگری نشان‌دهنده تعداد دفعات تکرار گروه (فراوانی) می‌باشد.

**تذکره:** در بررسی جدول توزیع فراوانی دو حالت کلی زیر را در نظر می‌گیریم:

حالت اول: تعداد داده‌های آماری کم باشد.

حالت دوم: تعداد داده‌های آماری زیاد باشد.

حالت اول:

اگر تعداد داده‌های آماری کم باشد برای دسته‌بندی آن‌ها یک جدول توزیع فراوانی رسم می‌کنیم که در ستون اول مقادیری از متغیر  $(x_i)$  را می‌نویسیم و در ستون دوم فراوانی مربوط به هر ستون  $(f_i)$  را می‌نویسیم.

مثال: تعداد قرص‌های استامینافون که 20 خانواده در عرض یک ماه مصرف می‌کنند به صورت زیر داده شده است جدول فراوانی آن را تشکیل دهید.

|                      |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
|                      | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 11 |
| تعداد قرص‌ها $(x_i)$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 11 |
| فراوانی $(f_i(x_i))$ | 2 | 2 | 4 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1  |

حالت دوم:

اگر تعداد داده‌های آماری زیاد باشد بایستی داده‌ها را دسته‌بندی کنیم و برای طبقات حدود قائل شویم که برای این منظور چند اصطلاح آماری مورد نیاز را تعریف می‌کنیم.

- 1- **دامنه تغییرات:** اختلاف بین بزرگترین و کوچکترین داده را دامنه تغییرات می‌گوییم و با **R** نشان می‌دهیم:
- 2- **تعداد دسته‌ها:** در یک جدول توزیع فراوانی تعداد دسته‌ها را با حرف **K** نشان می‌دهیم و انتخاب آن بستگی به دامنه تغییرات دارد. هرچه دامنه تغییرات بزرگتر باشد تعداد دسته‌ها یا طبقات نیز بیشتر می‌شود.
- 3- **طول دسته:** هر دسته از دو عدد تشکیل می‌شود، عدد کوچکتر را کران پایین و عدد بزرگتر را کران بالای آن دسته یا طبقه می‌نامیم. اختلاف بین کران پایین و کران بالای هر طبقه را طول دسته (فاصله طبقه) می‌گوییم و با حرف **C** نشان می‌دهیم.

**نکته:** طول دسته را می‌توان از رابطه مقابل نیز به دست آورد:

$$C = \left[ \frac{R}{K} \right]$$

- 4- **مرکز دسته (نماینده طبقه):** میانگین کران پایین و کران بالای یک دسته را مرکز دسته می‌گوییم که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$x_i = \frac{\text{کران بالا} + \text{کران پایین}}{2} = \frac{L_i + U_i}{2}$$

**نکته:** فراوانی مرکز دسته‌ها برابر تعداد اعضای است که در آن دسته قرار گرفته‌اند.

**نکته:** تفاضل دو مرکز دسته متوالی برابر است با طول دسته.

**مثال:** داده‌های زیر تعداد تلفن‌های زده شده روزانه به اداره مخابرات در 30 روز یک ماه می‌باشد. جدول فراوانی این 30 داده را تشکیل دهید.

164, 166, 173, 171, 177, 172, 178, 164, 159, 169, 170, 184, 172, 172, 177, 173

154, 162, 170, 161, 166, 180, 177, 170, 169, 169, 156, 180, 171, 169

ابتدا داده‌ها را به ترتیب صعودی مرتب می‌کنیم:

154, 156, 159, 161, 162, 164, 164, 166, 166, 169, 169, 169, 170, 170, 170



184, 180, 180, 178, 177, 177, 177, 173, 173, 172, 172, 172, 171, 171

سپس عبارات مورد نیاز زیر را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \max - \min = 184 - 154 = 30$$

دامنه تغییرات

$$K = 5 \quad (\text{دلخواه})$$

تعداد دسته‌ها

$$C = \frac{R}{K} = \frac{30}{5} = 6$$

طول دسته

حال جدول توزیع فراوانی را به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

| حدود    | 154_160 | 160_166 | 166_172 | 172_178 | 178_184 |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| طبقات   |         |         |         |         |         |
| فراوانی | 3       | 4       | 11      | 8       | 4       |

**تست:** داده‌های آماری با ماکسیمم 85 و می‌نیمم 23 را در 7 طبقه دسته‌بندی کرده‌ایم. حدود طبقه چهارم کدام است؟

50 \_ 59 (4)

50 \_ 58 (3)

49 \_ 58 (2)

49 \_ 54 (1)

$$\max = 85, \quad \min = 23, \quad k = 7$$

$$R = \max - \min = 85 - 23 = 62$$

$$C = \left\lceil \frac{R}{K} \right\rceil = \left\lceil \frac{62}{7} \right\rceil = \lceil 8.8 \rceil \Rightarrow C = 9$$

بنابراین داریم:

(32\_41) : دسته دوم

(23\_32) : دسته اول

(50\_59) : دسته چهارم

(41\_50) : دسته سوم

پس گزینه چهارم صحیح است.

**تست:** در جدول توزیع فراوانی داده‌ها، نماینده طبقات اول و دوم و آخر به ترتیب 44، 49 و 84 است تعداد طبقات

کدام است؟

10 (4)

9 (3)

8 (2)

7 (1)

اگر تعداد طبقات  $K$  باشد می توان نشان داد:

$$x_1 = 44, x_2 = 49, K, x_K = 84$$

$$C = x_2 - x_1 = 49 - 44 = 5$$

$$L_1 = x_1 - \frac{C}{2} = 44 - 2/5 = 41/5$$

$$U_K = x_K + \frac{C}{2} = 84 + 2/5 = 86/5$$

$$R = 86/5 - 41/5 = 45$$

$$C = \left\lceil \frac{R}{K} \right\rceil \Rightarrow K = \left\lceil \frac{R}{C} \right\rceil = \left\lceil \frac{45}{5} \right\rceil \Rightarrow K = 9$$

**تست:** بزرگترین داده در یک جدول فراوانی 50، طول دسته ها 6 و تعداد دسته ها 5 بوده، ارزش یا اندازه مشترک

داده های دسته اول با چه عددی بیان می شود؟

25 (4

22 (3

20 (2

23 (1

$$x_{\max} = 50, C = 6, K = 5$$

$$C = \frac{R}{K} \Rightarrow R = C \cdot K = 6 \times 5 \Rightarrow R = 30$$

$$R = x_{\max} - x_{\min} \Rightarrow 30 = 50 - x_{\min} \Rightarrow x_{\min} = 20$$

(20-26) : دسته اول

$$x_1 = \frac{26+20}{2} = 23$$